Problemas Olímpicos con respuesta, resolución y variaciones

Entrenamiento para Certamen Escolar

Este tipo de problemas son los que el alumno encontrará en los certámenes de Choike.

El material que aquí se entrega contiene valiosa información para el docente, ya que presentan once problemas que incursionan en los tres ejes curriculares, con sus respuestas precisas, formas típicas (no únicas) de resolverlos y sugerencias para crear nuevos problemas (no dejar de hacerlo).

Cada problema consta de 4 partes:

1. **Enunciado:** Se plantea la situación problemática que textualmente debe presentarse a los alumnos.

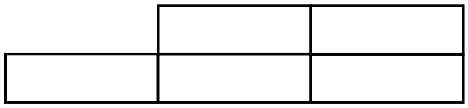
2. **Respuesta.**

3. **Forma de resolver:** Se brinda la resolución de los problemas planteados dirigida al docente, a través de un texto donde la expresión y las relaciones matemáticas que se establecen describen el contenido matemático que se pone en juego para resolver el problema.
   Es importante que los niños se entrenen en escribir **sus propios razonamientos**, si bien en una primera etapa la expresión oral (grupal e individual) juega un rol fundamental, luego de estos comentarios es necesario que el alumno elabore sus escritos, y de esta forma registrar las estrategias empleadas.

4. **Variaciones:** Aquí se sugiere variar la situación problemática inicial sosteniendo el mismo tipo de razonamiento, cambiando los datos y aumentando la complejidad. Se sugiere **no omitir estas variaciones** en el trabajo áulico debido a que es la oportunidad que tienen los alumnos para **afianzar las estrategias lógicas aprendidas**.

Los Problemas Olímpicos fueron seleccionados de la base de datos de la Fundación Olimpiada Matemática Argentina y adaptados a las edad y año escolar de los alumnos participantes.

Problema 1 (Conteo - Geometría)
¿Cuántos rectángulos hay en la figura?



Respuesta
12 rectángulos

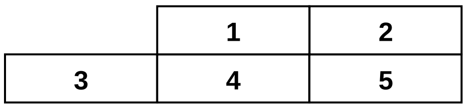
Forma de resolver (para uso exclusivo del docente)

Primera forma
En primer lugar se debe reconocer que se pueden armar figuras de 1, 2, 3 y 4 rectángulos.

Una manera de registrar el conteo es la siguiente:
Rectángulos formados por un bloque 5
Rectángulos formados por dos bloques 5
Rectángulos formados por tres bloques 1
Rectángulos formados por cuatro bloques 1
Total de rectángulos 12

¡Importante!
El docente en la puesta en común debe buscar que los niños **reconozcan la necesidad de ordenar y registrar el conteo** de figuras.

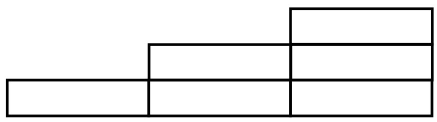
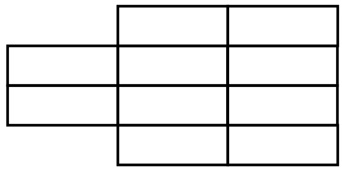
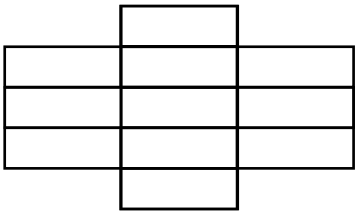
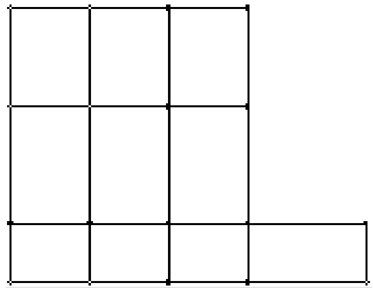
Segunda forma
Enumerar los rectángulos:



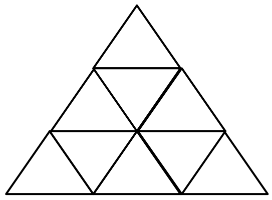
Una manera de registrar el conteo es la siguiente:
Construir un listado con los rectángulos que se forman con:

Un rectángulo:	
1; 2; 3; 4; 5	Total 5 rectángulos
Dos rectángulos	
1 y 2; 3 y 4; 4 y 5; 1 y 4; 2 y 5	Total 5 rectángulos
Tres rectángulos	
3; 4 y 5	Total 1 rectángulo
Cuatro rectángulos	
1; 2; 4 y 5	Total 1 rectángulo
	Total 12 rectángulos

Variaciones
Plantear problemas de similares características al Problema 1) con las siguientes figuras.

Problema 2 (Conteo - Geometría)
¿Cuántos triángulos hay en la figura?



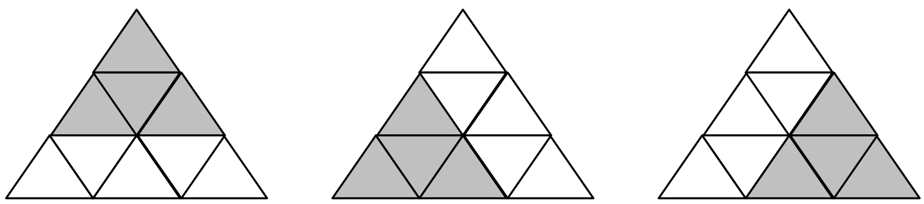
Respuesta
13 triángulos.

Forma de resolver (para uso exclusivo del docente).

El primer descubrimiento es reconocer que sólo se pueden armar triángulos con 1, con 4 y con 9 triangulitos.

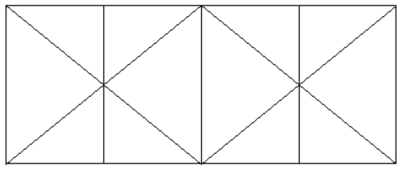
Una forma de registrar es:

- Con bloques de 1 triángulo puedo contar 9 triángulos distintos.
- Con bloques de 4 triángulos puedo contar 3 triángulos distintos. (Podemos emplear el recurso de colorear el triángulo identificado).



- Con bloques de 9 triángulos puedo contar 1 triángulo.

Variaciones
Plantear problemas de similares características al Problema 2) con la siguiente figura, o crear nuevas figuras.



Problema 3 (Aritmética)
Tres amigos se ubican en fila. El primero dice 3, el segundo dice 6, el tercero dice 9, el primero dice 12 y siguen contando de tres en tres. Juan dice 27, Esteban el 57 y Ana el 42. ¿Quién dice el 75 si siguen contando en el mismo orden?

Respuesta:
Esteban.

Forma de resolver (para uso exclusivo del docente)

Primera forma
En primer lugar debemos identificar que los números dichos por los amigos son múltiplos de 3 (3, 6, 9, 12, 15, 18, etc.)

Una manera de registrar los múltiplos es construir una grilla con los múltiplos de 3 (desde 3 hasta 75) y ubicar los números dichos por Juan, Esteban y Ana.

								J					**A**					**E**						
3	6	9	12	15	18	21	24	**27**	30	33	36	39	**42**	45	48	51	54	**57**	60	63	66	69	72	75

Encontramos en la grilla los números que dice Juan (sabiendo que dice números cada tres turnos).

		J			J			J			J		A	J			J	E		J			J	
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75

Luego completamos los números que dice Ana (sabiendo que como Juan dice cada tres turnos).

	A	J		A	J		A	J		A	J		A	J		A	J	E	A	J		A	J	
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75

Y finalmente registramos los números que dice Esteban (sabiendo que como Ana y Juan, dice números cada tres turnos)

E	A	J	E	A	J	E	A	J	E	A	J	E	A	J	E	A	J	E	A	J	E	A	J	**E**
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60	63	66	69	72	**75**

Vemos que el número 75 lo dice Esteban.

Segunda forma
Una manera de registrar los múltiplos es construir una tabla de 3 columnas y escribir en ella los múltiplos de 3 hasta el 75.

3	6	9
12	15	18
21	24	27
30	33	36
39	42	45
48	51	54
57	60	63
66	69	72
75		

Sabemos que Juan dice **27,** identificamos ese número en la tabla, como Juan dice un número cada tres turnos todos los números que él dice estarán en la misma columna (3ª).

		Juan
3	6	9
12	15	18
21	24	**27**
30	33	36
39	42	45
48	51	54
57	60	63
66	69	72
75		

Hacemos lo mismo con Ana y Esteban.

Esteban	**Ana**	**Juan**
3	6	9
12	15	18
21	24	**27**
30	33	36
39	**42**	45
48	51	54
57	60	63
66	69	72
75		

El número 75 lo dice Esteban.

Variaciones
Plantear problemas similares con:

- Distinta cantidad de amigos.
- Cantando otros números (Múltiplos de cuatro, cinco, etc.).
- Haciendo otras preguntas: ¿Cuál es el orden en que canta Juan?

Problema 4 (Conteo)
En una fábrica de remeras tienen tela azul, blanca, roja y verde. Fabricarán prendas de dos colores. ¿Cuántas combinaciones distintas de colores se pueden hacer?

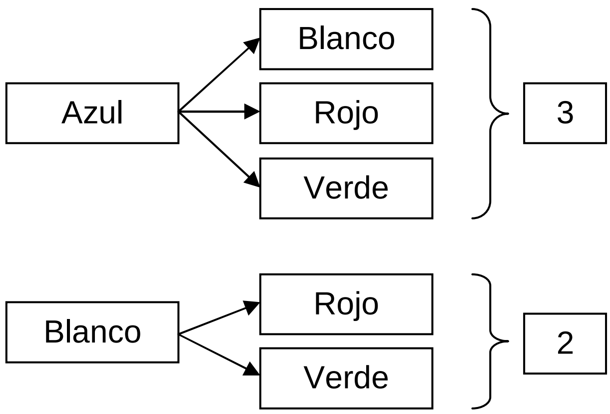
Respuesta
6 combinaciones.

Forma de resolver (para uso exclusivo del docente)
Primera
Una manera de registrar las combinaciones es construir una tabla en la que se coloquen en la primera fila los colores de las telas, marcando con una cruz cada uno de los colores a combinar.

Combinación	Azul	Blanco	Rojo	Verde
1°	x	x		
2°	x		x	
3°	x			x
4°		x	x	
5°		x		x
6°			x	x

¡Importante! Observamos por ejemplo que la combinación Azul con Blanco es la misma que Blanco con azul, por lo que solo la registramos una vez.

Segunda:
Colocamos los nombres de los colores y contamos las combinaciones.



¡Importante! No registramos Blanco con Azul porque ya combinamos Azul con Blanco.

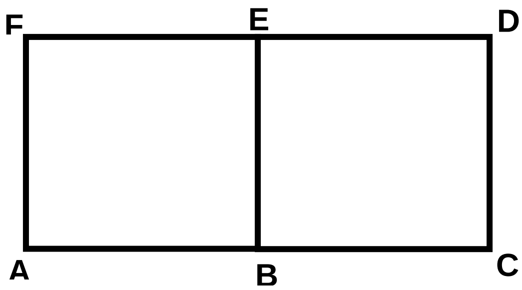
Rojo → Verde } 1

¡Importante!
No registramos Rojo con Azul porque ya combinamos Azul con Rojo.
No registramos Rojo con Blanco porque ya combinamos Blanco con Rojo.
Si sumamos las combinaciones de cada color tenemos 3 + 2 + 1 = 6

Variaciones
Plantear problemas similares:

- Con telas de cinco colores, cuántas combinaciones de **dos** colores se pueden hacer.
- Con telas de cinco colores, cuántas combinaciones de **tres** colores se pueden hacer.
- Con telas de cuatro colores, cuántas combinaciones de dos colores se pueden hacer fabricando prendas con mangas de un color y el cuerpo de otro. (en este caso importa el orden de las telas).

Problema 5 (Geometría)
ABEF y BCDE son dos cuadrados y la longitud de CD = 20 cm. ¿Cuál es el perímetro (medida del contorno) de ACDF?



Respuesta
120 cm.

Forma de resolver (para uso exclusivo del docente)
Como BCDE es un cuadrado todos, sus lados son congruentes; uso el dato: longitud de CD = 20 cm. y digo, todos los lados del cuadrado BCDE tienen longitud 20 cm.

Como BCDE y ABEF son cuadrados con un lado en común (EB), ambos cuadrados son congruentes, entonces los lados de ABEF también miden 20 cm. cada uno.

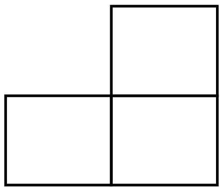
Por lo tanto el perímetro del rectángulo ACDF lo podemos pensar como la suma de:

AB + BC + CD + DE + EF + FA

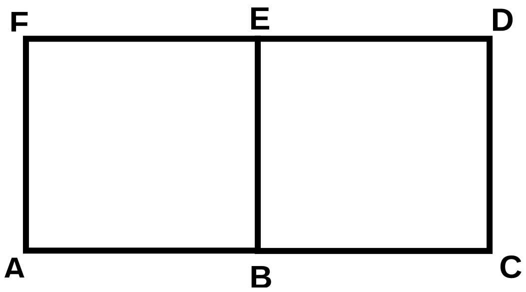
Y como todos ellos miden 20 cm., el perímetro de ACDF será igual a

20 cm. x 6 = 120 cm.

Variaciones
Plantear situaciones problemáticas:
- Cambiando la longitud de CD
- Dando como dato el perímetro de un cuadrado o la longitud del lado mayor del rectángulo.
- Con una figura formada por tres cuadrados.



Problema 6 (Geometría)
El perímetro (medida del contorno) del rectángulo ACDF es de 120 cm. ABEF y BCDE son dos cuadrados. ¿Cuál es la longitud de CD?



Respuesta
20 cm.

Forma de resolver (para uso exclusivo del docente)

El perímetro de ACDF es 120 cm.

Entonces AB + BC + CD + DE + EF + FA = 120 cm.

Como BCDE y ABEF tienen un lado común (BE); entonces los cuadrados son congruentes y por lo tanto los lados de ambos cuadrados tienen igual longitud.

AB = BC = CD = DE = EF = FA = 120 cm.

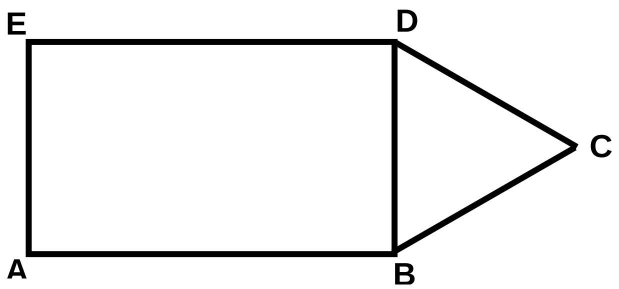
Entonces la longitud de cada lado será, 120 cm. / 6 = 20 cm.

Entonces CD = 20 cm.

Variaciones
Plantear situaciones problemáticas:
- Cambiando el dato del perímetro del rectángulo.
- Con una figura formada por tres cuadrados.

Problema 7 (Geometría)
ABDE es un rectángulo y BCD es un triángulo equilátero.

El perímetro del rectángulo ABDE es 100 cm. y la longitud de BC es de 20 cm. ¿Cuál es el perímetro de la figura ABCDE?



Respuesta
120 cm.

Forma de resolver (para uso exclusivo del docente)
Primera
Si la longitud de BC es 20 cm. (dato del enunciado), también lo es la de BD y la de CD por ser lados de una triángulo equilátero.

La longitud de AE es igual a 20 cm. por ser el lado opuesto a BD en un rectángulo.

Por dato del enunciado el perímetro de ABDE es 100 cm., por lo tanto AB + BD + DE + EA = 100 cm.

Las longitudes de BD y EA suman 40 cm., entonces la suma de ED + AB es 60 cm., pero como estos dos lados son congruentes (por ser lados opuestos de un rectángulo) su longitud es de 30 cm. cada uno.

Tenemos entonces todos los datos para obtener el perímetro de ABCDE.

AB + BC + CD + DE + EA

30 cm. + 20 cm. + 20 cm. + 30 cm. + 20 cm. = 120 cm.

Segunda:
Tenemos como dato del enunciado el perímetro del rectángulo.

AB + BD + DE + EA = 100 cm.

Tengo que averiguar el perímetro de:

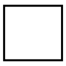
AB + BC + CD + DE + EA
Como el triángulo es equilátero (dato del problema), BD es congruente con BC y con CD.

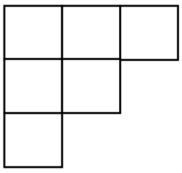
Correspondemos los segmentos del rectángulo con los de la figura que queremos averiguar y concluimos que a 100 cm. le debemos agregar 20 cm. que corresponden a por ejemplo a CD.

Variaciones
Plantear situaciones problemáticas donde:

- Se cambie la longitud del segmento BC y dejando fijo el valor del perímetro.
- Se de como dato el perímetro del triángulo equilátero y el perímetro del rectángulo.
- Se de como únicos datos del problema: la longitud de BC = 20 cm. y es la mitad de la longitud de AB. ¿cuál es el perímetro de la figura ABDCE?

Problema 8 (Geometría)

Cada cuadradito  tiene 8 cm. de perímetro (medida del contorno). Con 6 cuadraditos congruentes se formó esta figura.



¿Cuál es el perímetro de la figura?

Respuesta:
24 cm.

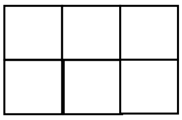
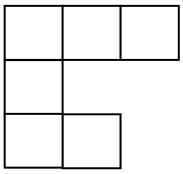
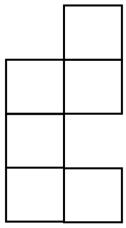
Forma de resolver (para uso exclusivo del docente)
Si el cuadradito tiene 8 cm. de perímetro (dato del enunciado) entonces cada lado del mismo mide 2 cm. de longitud. Como los 6 cuadraditos son congruentes (dato del problema) todos los segmentos de la figura son congruentes.

Si contamos la cantidad de segmentos del contorno vemos que son 12; por lo tanto el perímetro de la figura es 12 x 2 cm. = 24 cm.

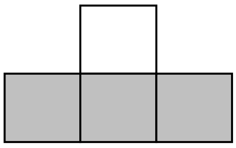
¡Importante!
Este problema es clave para desarrollar y afianzar el concepto de perímetro. A través de las variaciones el docente podrá evaluar la apropiación del concepto por parte del alumno.

Variaciones
Plantear situaciones problemáticas similares:

- Cambiando el perímetro del cuadradito.
- Cambiando la cantidad de cuadrados que forman la figura
- Cambiando la disposición de los cuadraditos.

Problema 9 (Geometría)
La figura está formada por 4 cuadrados congruentes.
El perímetro de la figura es de 80 cm.
¿Cuál es el perímetro del rectángulo sombreado?

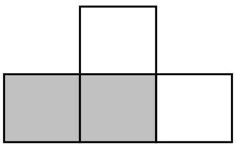
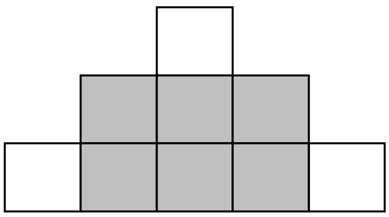
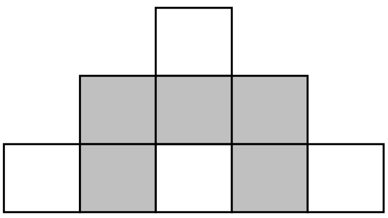
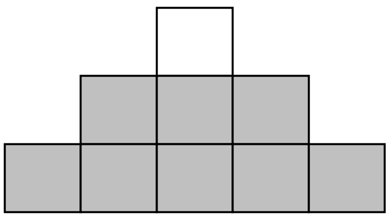


Respuesta
64 cm.

Forma de resolver (para uso exclusivo del docente)
Los cuadrados que forman la figura son congruentes (dato del enunciado), por lo tanto sus perímetros y sus lados también son congruentes.
La cantidad de lados que forman el perímetro de la figura es 10, entonces 80cm. (dato del problema) / 10 = 8 cm. (medida de un lado).
El perímetro de la figura sombreada tiene 8 segmentos de 8 cm. cada uno, por lo tanto es igual a 64 cm.

¡Importante!
Este problema es clave para desarrollar y afianzar el concepto de perímetro. A través de las variaciones el docente podrá evaluar la apropiación del concepto por parte del alumno. No confundir figura sombreada con área.

Variaciones
Plantear situaciones problemáticas similares:
- Cambiando la disposición de los cuadrados sombreados.
- Cambiando la longitud del perímetro.
- Cambiando la figura inicial.(Elegir convenientemente perímetros y cantidad de lados, de manera que la división no sea una dificultad.)

Problema 10 (Aritmética)
Dos familias (Pérez y García): formadas cada una por papá, mamá y niños fueron al teatro. Los Pérez tienen 3 niños, los García tienen 4 niños. La entrada de una persona mayor cuesta \$ 25. Los García pagaron \$ 90 por todas sus entradas.
¿Cuánto pagaron los Pérez?

Respuesta
\$80

Forma de resolver (para uso exclusivo del docente)
La familia García pagó \$90 por todas sus entradas.

Papá y mamá García pagaron \$ 25 cada uno (dato del enunciado), pagaron \$50.

Ahora calculo lo que pagaron por los niños:

Gasto de la familia García \$90
Mayores... \$25 x 2 = \$50
Niños .... \$90 - \$50 = \$40

Los García tienen 4 niños, la entrada de cada niño cuesta \$40 / 4 = \$10.

Podemos entonces calcular el gasto de la familia Pérez:

Mayores .... \$25 x 2 = \$50
Niños .... \$10 x 3 = \$30

La familia Pérez pagó \$50 + \$30 = \$80.

Variaciones
Plantear situaciones problemáticas similares:
- Cambiando lo que pagaron los García.
- Cambiando el número de niños.
- Cambiando el precio de las entradas de los adultos
- Agregando que la familia García invitó a la abuela.

Problema 11 (Aritmética)
El sábado, la Sra. Juárez gastó \$200 en la compra de ropa y zapatos, la cuarta parte la gastó en zapatos. Con el resto compró un pantalón a \$80 y un saco de lana. ¿Cuánto pagó por el saco?

Respuesta
$70

Forma de resolver (para uso exclusivo del docente)
Gasto total de la señora Juárez = $200

La cuarta parte en zapatos:

$200 / 4 = $50

También se puede pensar la cuarta parte de un número, como la mitad de la mitad, entonces: $200 / 2 = $100 y $100 / 2 = $50

Gasto en zapatos + Gasto en pantalón = $50 + $80 = $130

Gasto en saco:

$200 - $130 = $70

Variaciones

Plantear situaciones problemáticas similares:

- Cambiando la cuarta parte por mitad, tercera parte, sexta parte, etc., modificando los precios y el monto total gastado facilitando el cálculo.
- Agregar otra prenda con su precio.